

# Evaluación para el Acceso a la Universidad Curso 2021/2022



Materia: MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** El estudiante deberá resolver **CUATRO** de los ocho ejercicios propuestos. Si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

1. a) **[1,75 puntos]** Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = a + 1 \\ ax + z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}.$$

- b) **[0,75 puntos]** Resuelve razonadamente el sistema anterior para  $a = 1$ , si es posible.

2. a) **[1,5 puntos]** Encuentra razonadamente el valor de  $a, b \in \mathbb{R}$  para que la función

$$f(x) = \frac{ax + 1}{2x + b}$$

tenga una discontinuidad de salto infinito en  $x = 1$  y tienda a 2 cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

- b) **[1 punto]** Resuelve la siguiente integral:

$$\int x \cdot \cos(2x) dx.$$

3. a) **[1,5 puntos]** Estudia la continuidad en  $\mathbb{R}$  de la función

$$f(x) = \left( 2e^{x^2-4} - 8x + 14 \right) / (x^2 - 2x).$$

- b) **[1 punto]** Sea el determinante

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2,$$

donde  $x, y, z, a, b, c \in \mathbb{R}$ . Calcula razonadamente (e indicando las propiedades de los determinantes que utilizas) el determinante de

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a - 2 & b - 4 & c - 6 \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix}.$$

4. Sea el punto  $A = (1, 0, 1)$  y el plano  $\pi \equiv x + y + z = 8$ .

- a) **[1,5 puntos]** Calcula la recta perpendicular a  $\pi$  y que pasa por  $A$ . ¿En qué punto se cortan la recta y el plano?

- b) **[1 punto]** Obtén el punto de la recta anterior distinto de  $A$  que dista de  $\pi$  igual que  $A$ , es decir, el punto simétrico de  $A$  con respecto a  $\pi$ .

5. a) **[1 punto]** Sea el plano  $\pi \equiv x - 3y + z = 0$  y los puntos  $A = (0, 0, -1)$  y  $B = (1, 1, 1)$ . Obtén el plano perpendicular a  $\pi$  y que contiene a  $A$  y  $B$ .
- b) **[1,5 puntos]** Calcula el área de la región delimitada por las funciones  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  y  $g(x) = 3 - x$ .
6. a) **[1,5 puntos]** Sea el tetraedro cuyos vértices son los puntos  $A = (a, 0, 1)$ ,  $B = (1, 3, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  y  $D = (1, 1, 1)$ , con  $a \in \mathbb{R}$ . Halla los valores de  $a$  para que el volumen de dicho tetraedro sea 1.
- b) **[1 punto]** Enuncia el teorema de Bolzano. Utiliza este teorema para razonar que la función

$$f(x) = (2e^x - 8x - 3) / (x^2 + 2)$$

corta al eje de abscisas al menos una vez.

7. a) **[1,5 puntos]** Despeja la matriz  $X$  de la ecuación matricial  $A \cdot X + B = X$ , siendo  $X$ ,  $A$  y  $B$  matrices cuadradas cualesquiera. Calcula  $X$  para las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- b) **[1 punto]** Un piloto de Fórmula 1 tiene una probabilidad del 60 % de ganar una carrera cualquiera. Si participa en las próximas 4 carreras, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos dos?

n	k	p								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
4	0	0.6561	0.4096	0.2401	0.1296	0.0625	0.0256	0.0081	0.0016	0.0001
	1	0.2916	0.4096	0.4116	0.3456	0.2500	0.1536	0.0756	0.0256	0.0036
	2	0.0486	0.1536	0.2646	0.3456	0.3750	0.3456	0.2646	0.1536	0.0486
	3	0.0036	0.0256	0.0756	0.1536	0.2500	0.3456	0.4116	0.4096	0.2916
	4	0.0001	0.0016	0.0081	0.0256	0.0625	0.1296	0.2401	0.4096	0.6561

8. a) En un determinado I.E.S. la probabilidad de que un alumno apruebe si va a clase es del 80 % mientras que si no va a clase es del 50 %. El 90 % de los alumnos va a clase.
- a.1) **[0,5 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno apruebe?
- a.2) **[0,75 puntos]** Si un alumno ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido a clase?
- b) Una empresa embotelladora de agua produce botellas de 150 ml. La cantidad que realmente contienen sigue una distribución normal con media 150 ml y desviación típica 5 ml.
- b.1) **[0,5 puntos]** ¿Qué proporción de las botellas contiene más de 152 ml?
- b.2) **[0,75 puntos]** ¿Qué proporción de botellas tiene entre 149 y 152 ml?

a	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549